

## Coeficiente global de transferencia de calor, U

Existen ciertos tipos de problemas, principalmente relacionados con intercambiadores de calor, donde es conveniente simplificar el cálculo del calor, esto se realiza incorporando el concepto de coeficiente global de transferencia de calor, U , el cual se relaciona con el calor mediante la siguiente ecuación:

$$q = U A \Delta T_{total}$$

donde:

U: Coeficiente global de transferencia de calor,  $U = [ W / m^2 K ]$

Con relación a la analogía eléctrica podríamos señalar que el coeficiente Global de transferencia de calor se obtiene al reducir todo el circuito eléctrico análogo, a una sola resistencia total, la cual se relaciona con, U, a través de:

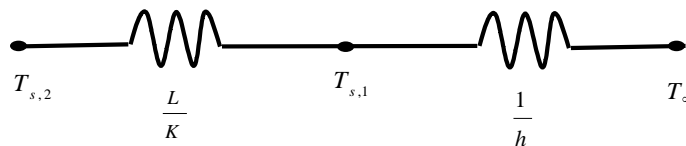
$$R_{total} = \frac{1}{U A}$$

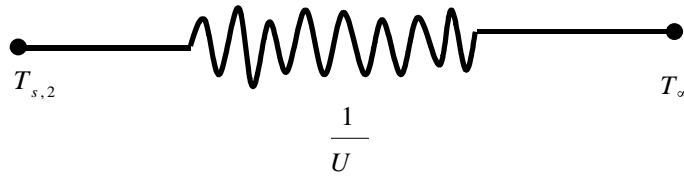


$$R_{total} = \frac{1}{U A}$$

**Figura 1.24 Coeficiente Global de transferencia de calor**

A continuación ilustraremos el cálculo del coeficiente global de transferencia de calor, para el Ejemplo 1.5





**Figura 1.25 Cálculo del coeficiente global de transferencia de calor para el Ejemplo 1.5**

$$q'' = U (T_{s,2} - T_{\infty})$$

$$U = \frac{q''}{T_{s,2} - T_{\infty}}$$

Para un día de calma

$$U_{calma} = \frac{q''_{calma}}{T_{s,2} - T_{\infty}} = \frac{927.27}{36 - (-15)} = 18,18 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

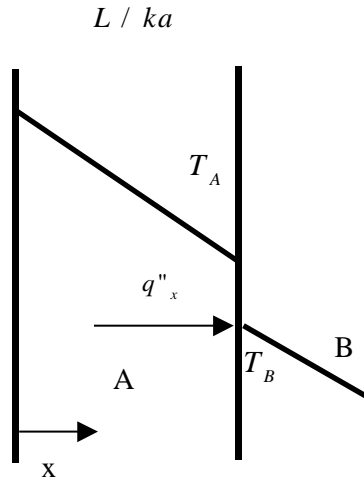
Para un día con viento

$$U_{viento} = \frac{q''_{viento}}{T_{s,2} - T_{\infty}} = \frac{1678.48}{36 - (-15)} = 32,91 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

### Resistencia de contacto

Aunque se había despreciado hasta ahora, es importante reconocer que en sistemas compuestos con distintos materiales la caída de la temperatura en la interfaz puede ser apreciable.

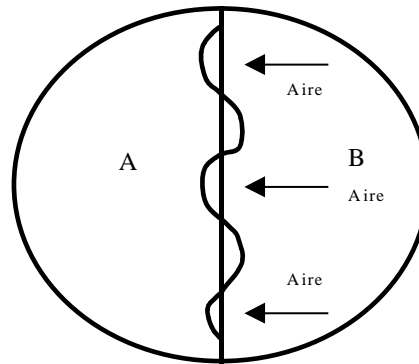
Esta situación se ilustra en la figura 1.26



$$R''_{t,c} = \frac{T_A - T_B}{q''_x}$$

**Figura 1.26 Resistencia térmica de contacto**

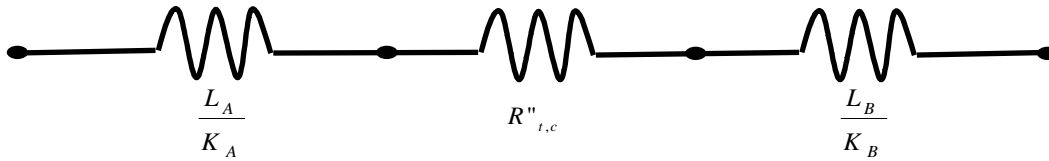
En la figura 1.27 se observa una ampliación de la interfaz



**Figura 1.27 Resistencia de contacto entre dos paredes**

En ella se incorpora  $R''_{t,c}$  que es precisamente la resistencia térmica de contacto. Por supuesto, si  $R''_{t,c} = 0$ . Se satisface que  $T_A = T_B$

Desde el punto de vista del cálculo, la presencia de la resistencia térmica de contacto se cuantifica añadiendo una resistencia adicional, tal como se muestra en la figura.



La resistencia térmica de contacto,  $R''_{t,c}$ , generalmente se determina experimentalmente.

$R''_{t,c}$  depende en general de

- Presión de contacto
- Acabado superficial

A continuación se presenta una tabla donde se muestra valores característicos de la resistencia térmica de contacto.

**Tabla 1.2 Resistencia térmica de contacto para (a) Superficies metálicas bajo condiciones de vacío y (b) Interfaz de Aluminio ( rugosidad; 10 nm),  $10^5 \text{ N/m}^2$  con diferentes fluidos interfaciales.**

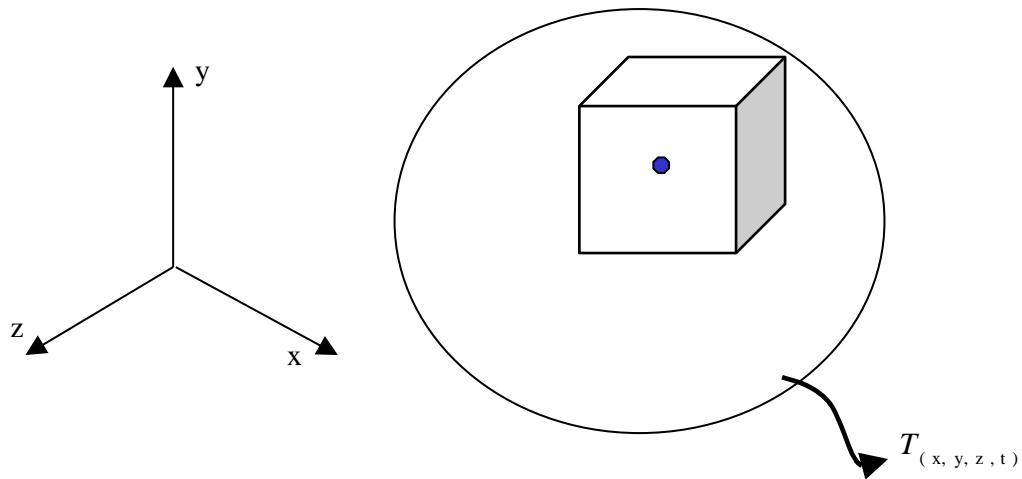
Resistencia térmica de contacto,  $R''_{t,c} \times 10^4 [ \text{m}^2 \cdot \text{K} / \text{W} ]$

<b>(a) Interfaz al vacío</b>			<b>(b)Fluido Interfacial</b>	
Presión de contacto	100 <i>kN / m<sup>2</sup></i>	10.000 <i>kN / m<sup>2</sup></i>	Aire	2,75
Acero inoxidable	6 - 25	0,7 - 4,0	Helio	1,05
Cobre	1 - 10	0,1 – 0,5	Hidrogeno	0,720
Magnesio	1,5 - 3,5	0,2 - 0,4	Aceite Silicona	0,525
Aluminio	1,5 - 5,0	0,2 - 0,4	Glicerina	0,265

# CONDUCCIÓN

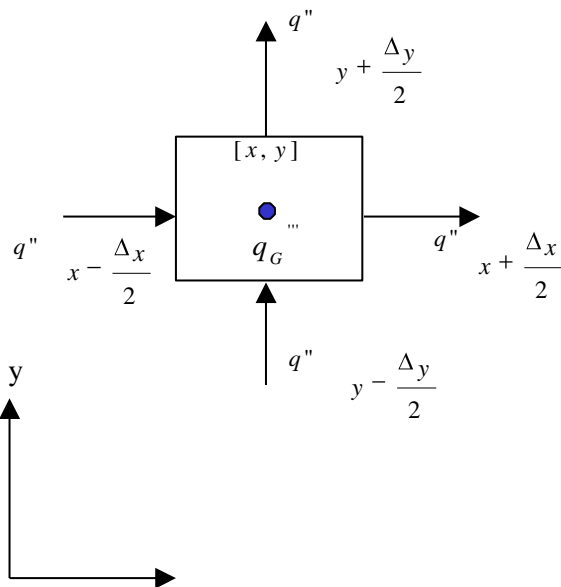
## Ecuación General de Conducción

Considera el cuerpo sólido mostrado en la figura 2.1



**Figura 2.1 Ecuación de conducción**

Con miras a simplificar la demostración de la ecuación de conducción realizaremos el análisis, para el caso de dos dimensiones tal como se muestra en la figura 2.2



**Figura 2.2 Balance de calor para el caso de dos dimensiones.**

En balance de calor se han colocado los calores asociados a cada cara del volumen de control, así como el calor  $q''_G$ , Calor generado por unidad de volumen  $[W/m^3]$

Este calor generado incorpora la posibilidad de que el cuerpo genera calor internamente, como puede ocurrir en una reacción química, en un elemento radioactivo, o bien en un conductor eléctrico.

Recordando la Primera ley de la termodinámica, para un sistema cerrado, la cual establece:

$$q_{neto} - \frac{dW}{dt} = \frac{dU}{dt}$$

y que en ausencia de trabajo e incorporando la convención de signo para la evaluación del calor neto (calor que entra es positivo, calor que sale es negativo), podemos simplificar a:

$$q_{entra} - q_{sale} + q_{gen} = \frac{dU}{dt}$$

y evaluando cada término, tenemos:

$$\left(q''_{x-\frac{\Delta x}{2}} - q''_{x+\frac{\Delta x}{2}}\right) \Delta y \Delta z + \left(q''_{y-\frac{\Delta y}{2}} - q''_{y+\frac{\Delta y}{2}}\right) \Delta x \Delta z + q''_G \Delta x \Delta y \Delta z = \frac{dU}{dt}$$

recordando que el cambio de energía interna para un sólido se determina mediante:

$$\frac{dU}{dt} = \rho \Delta x \Delta y \Delta z C_v \frac{dT}{dt},$$

donde  $C_v$ , es el calor específico a volumen constante.

Realizando expansiones en serie de Taylor y reteniendo solamente los términos de primer orden, se tiene para los flujos de calor en las diversas caras.

$$q''_{x-\frac{\Delta x}{2}} = q''_x - \frac{\partial q''_x}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}$$

$$q''_{x+\frac{\Delta x}{2}} = q''_x + \frac{\partial q''_x}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}$$

$$q''_{y-\frac{\Delta y}{2}} = q''_y - \frac{\partial q''_y}{\partial y} \frac{\Delta y}{2}$$

$$q''_{y+\frac{\Delta y}{2}} = q''_y + \frac{\partial q''_y}{\partial y} \frac{\Delta y}{2}$$

sustituyendo las ecuaciones anteriores en el balance de calor, se tiene:

$$\left(-\frac{\partial q''_x}{\partial x} \Delta x\right) \Delta y \Delta z + \left(-\frac{\partial q''_y}{\partial y} \Delta y\right) \Delta x \Delta z + q''_G \Delta x \Delta y \Delta z = \rho \Delta x \Delta y \Delta z C_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

Empleando la Ley de Fourier para la determinación de los calores, tenemos:

$$q''_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q''_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}$$

y sustituyendo finalmente en la Ecuación, y simplificando por  $\Delta x \Delta y \Delta z$ , se llega a la Ecuación General de Conducción para el caso de dos dimensiones, 2-D

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + q'''_G = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

Interpretación física de cada término de la ecuación de conducción

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + q'''_G = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

**Flujo neto de calor por unidad de Área en la dirección x**

**Flujo neto de calor por unidad de Área en la dirección y**

**Generación de calor por unidad de volumen**

**Cambio de energía interna por unidad de volumen**

Para la situación en tres dimensiones, 3 –D, podemos escribir la Ecuación de conducción de calor:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q'''_G = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

ó en notación simbólica:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + q'''_G = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

Si la conductividad térmica es constante, entonces la ecuación se simplifica a:

$$k \nabla^2 T + q'''_G = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

A continuación se presenta la Ecuación de Conducción para sistema de coordenadas cilíndricas y esféricas.

### Coordenadas cilíndricas

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q'''_G = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

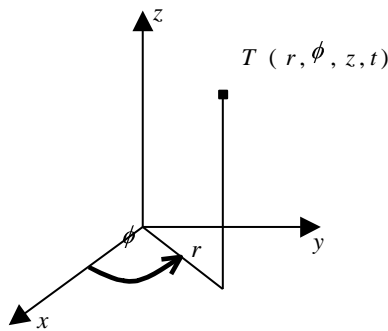
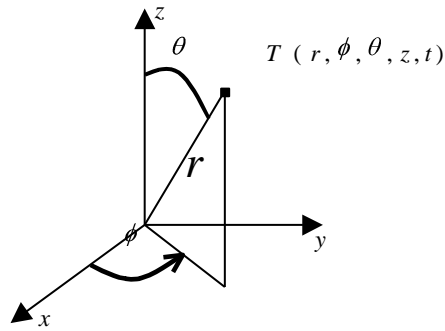


Figura 2.3 Sistema de coordenadas cilíndricas

### Coordenadas esféricas

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( kr^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \text{Sen}^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2 \text{Sen}^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( k \text{Sen} \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + q'''_G = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t}$$





**Figura 2.4 Sistema de coordenadas esféricas**

Condiciones de bordes y condiciones iniciales

Par poder ser realizada la integración de la ecuación general de conducción, en términos matemáticos es menester incluir las condiciones iniciales y de borde .

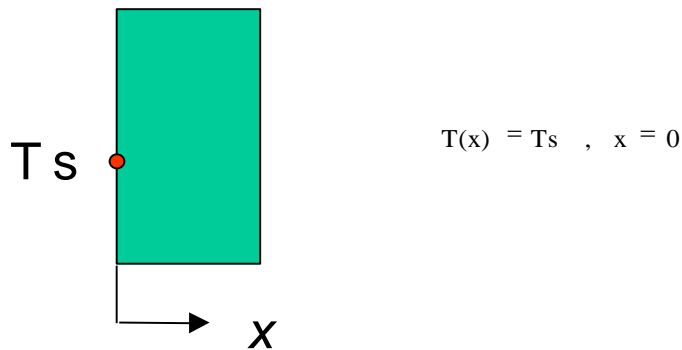
En general, por ser la ecuación general de conducción de primer orden en tiempo se requiere del establecimiento de una única condición icicaial.

La condición inicial se refiere a la distribución de temperatura que existe en el instante de tiempo inicial.

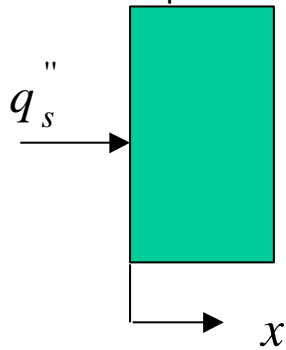
Condición Inicial:  $T(x, y, z, t=0) = T_i(x,y,z)$

Para el caso de las condiciones de borde; se observa que en las variables espaciales (x,y,z), la derivada de mayor orden que aparece en la ecuación general de conducción es dos; por tanto se requiere el establecimiento de dos condiciones de borde por cada variable espacial. A continuación incluimos un conjunto de condiciones de borde que aparecen con frecuencia en la formulación de problemas de conducción.

1. Temperatura especificada constante (condición de Dirichlet)

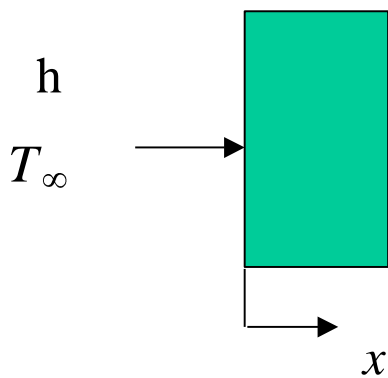


2. Flujo de calor especificado constante (condición de Neuman)



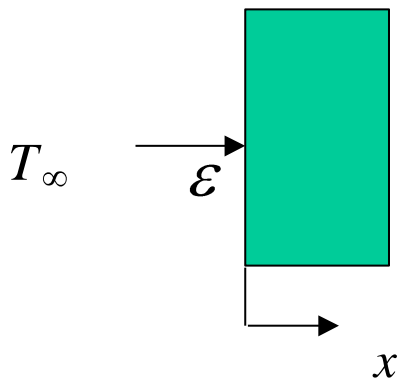
$$-k \frac{dT}{dx} = q_s'' \quad , x = 0$$

3. Ambiente convectivo (Robin)



$$h(T_\infty - T) = -k \frac{dT}{dx} \quad , x = 0$$

4. Ambiente radiativo



$$\epsilon \sigma (T_\infty^4 - T^4) = -k \frac{dT}{dx} \quad , x = 0$$